

I) Egalité de nombres en écriture fractionnaire

1) Propriété fondamentale

Propriété fondamentale

Un nombre en écriture fractionnaire ne change pas lorsque l'on multiplie (ou l'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul. a , b , et k désignent des nombres :

Pour $b \neq 0$ et $k \neq 0$, $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$. On dit que l'on a simplifié par k .

Définition

Lorsque l'on ne peut pas simplifier une fraction, on dit qu'elle est **irréductible**.

Exercice

Dans ton cours, simplifie les fractions suivantes afin de les rendre irréductibles :

$$A = \frac{10}{2} ; B = -\frac{50}{30} ; C = -\frac{66}{77} ; D = \frac{21}{15} ; E = -\frac{27}{45} ; F = \frac{35}{21} ; G = \frac{-12}{-15} ; H = \frac{18}{30} ; I = \frac{-35}{42} ; J = -\frac{303}{24}.$$

Exercice : Les nombres suivants sont-ils égaux ?

Un exemple plus compliqué qui justifie l'utilisation du produit en croix : $\frac{156}{377}$ et $\frac{204}{493}$

2) Produits en croix

Propriété 1

Lorsque deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux, alors leurs produits en croix sont égaux.

Exemples : reprendre des exemples précédents.

Et réciproquement :

Propriété 2

Lorsque les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux, alors ces nombres sont égaux.

Exemples

Exercice : les nombres suivants sont-ils égaux ?

$$A) \frac{13,5}{6,543} \text{ et } \frac{4,5}{2,181} ? \quad B) \frac{2,1}{3,5} \text{ et } \frac{4,1}{6,9} ? \quad C) \frac{16}{23} \text{ et } -\frac{139}{200} ? \quad D) \frac{-221}{136} \text{ et } \frac{247}{-152}$$

II) Comparaison de nombres en écriture fractionnaire

Définition :

Comparer deux nombres c'est indiquer lequel est le plus grand, le plus petit, ou s'ils sont égaux.

On utilise pour cela les symboles $>$, $<$ ou $=$.

Exemple :

Comparer les nombres suivants :

$$\begin{array}{cccc} \frac{9}{11} \dots\dots \frac{13}{17} & \frac{7}{3} \dots\dots \frac{7}{6} & \frac{5,704}{2,7} \dots\dots \frac{5,8}{2,7} & \frac{-3}{4} \dots\dots \frac{5}{-4} \\ \frac{-12}{-15} \dots\dots \frac{4}{5} & \frac{2}{7} \dots\dots \frac{3}{14} & \frac{9}{27} \dots\dots \frac{1,9}{6} & \frac{1}{3} \dots\dots \frac{2}{7} \end{array}$$

Bilan :

1) Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire **ayant un numérateur et un dénominateur positifs** :

- si ces nombres ont le même dénominateur, le plus grand nombre: c'est celui qui a le plus grand numérateur
- si ces nombres ont le même numérateur, le plus grand nombre: c'est celui qui a le plus petit dénominateur
- sinon, on peut réécrire ces nombres avec un même dénominateur pour les comparer (on utilise pour cela la propriété fondamentale et on est ramené au premier cas.).

2) Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire **ayant un numérateur et un dénominateur négatifs** :

- on réécrit ces nombres avec un numérateur et un dénominateur positifs et on est ramené au cas 1.

3) Pour comparer deux nombres en écritures fractionnaire **ayant un numérateur et un dénominateur de signes différents** :

- on peut comparer leur distance à zéro (cas 1), les nombres sont alors rangés dans l'ordre inverse de leurs distances à zéro.
- On peut réécrire ces nombres avec un dénominateur positif commun : le plus grand nombre c'est celui qui a le plus grand numérateur.

III) Opérations

1) Addition, soustraction

Méthode

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur : on garde le dénominateur commun et on additionne les numérateurs.

a , b , et d désignent des nombres :

$$\text{Pour } d \neq 0, \quad \frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

Exemples

Calculer les expressions suivantes en détaillant les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = -\frac{3}{10} + \frac{2}{10}$$

$$B = \frac{14}{20} + \frac{1}{20}$$

$$C = -\frac{5}{3} - \frac{7}{3}$$

$$D = \frac{15}{6} + \frac{5}{3}$$

$$E = \frac{-12}{-15} + \frac{-2}{5}$$

Remarque :

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on commence par les écrire avec le même dénominateur.

2) Multiplication

Méthode

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. a , b , c et d désignent des nombres :

$$\text{Pour } b \neq 0 \text{ et } d \neq 0, \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples

Calculer les expressions suivantes en détaillant les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{10} \times \frac{5}{17}$$

$$B = \frac{12}{35} \times \frac{15}{21}$$

$$C = \frac{-18}{30} \times \frac{-35}{42}$$

$$D = -9 \times \frac{44}{12}$$

3) Division

Définition

Deux nombres non nuls sont inverses l'un de l'autre, lorsque leur produit est égal à 1.

Exemples

Compléter le tableau suivant :

Nombre	2	4	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{12,7}{6,9}$	1	0	x	$\frac{a}{b}$
Inverse												

Remarques :

0 n'a pas d'inverse !

L'inverse de x se note aussi x^{-1}

Propriété

Diviser par un nombre non nul, revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Exemples.

CE QUE JE DOIS SAVOIR FAIRE :	ACQUIS	NON ACQUIS
Simplifier une fraction pour la rendre irréductible		
Déterminer si des nombres en écriture fractionnaire sont égaux ou pas à l'aide d'un calcul (produits en croix...)		
Comparer des nombres en écriture fractionnaire		
Additionner, soustraire des écritures fractionnaires de <u>même dénominateur</u>		
Additionner, soustraire des écritures fractionnaires de <u>dénominateurs différents</u>		
Multiplier des écritures fractionnaires (le plus simplement possible !!)		
Connaître l'inverse d'un nombre non nul		
Diviser par un nombre non nul en multipliant par son inverse		
Connaître mes règles de priorité opératoires et le chapitre des nombres relatifs		